

資本計算のための複製ポートフォリオ手法

ムーディーズ・アナリティックス / Barrie & Hibbert 部門

Adam Kousaris

Adam.Kousaris@barrhibb.com

本シリーズの前のレポート「複製ポートフォリオ入門」では、複製の有用な基本原則、つまり、資産／負債のモデル化において複製ポートフォリオの利用を左右する一般的な事実について検討してきました。今回は、保険会社の資本計算における複製ポートフォリオの実務面についてお話したいと思います。

資本計算の要件

実務面について説明する前に、複製ポートフォリオ法の有効性が測定できるよう、以下のような目的を設定しておくことが有用です。

- ・ 定期的な複製ポートフォリオの作成は、迅速、系統的かつ自動化されていること
- ・ 複製ポートフォリオは迅速に評価ができること。
- ・ 複製ポートフォリオは資本を左右するシナリオにおいて正確であること。
- ・ できれば、1年後時点の完全な MCEV (市場エンベディッド・バリュー) を得られるよう、複製ポートフォリオが全てのシナリオにおいて正確であること。
- ・ 正確性を検証できること。

現在利用されている一般的な手法に触れつつ、複製ポートフォリオのプロセスを見ていく上で、これらの基準を念頭に入れておきます。

保険業界における現行の複製ポートフォリオ・プロセス

これまで保険業界の複製ポートフォリオの圧倒的多数には、スタティックな複製が採用されています。スタティックな複製ポートフォリオにおいては、資産は満期まで保有されるとみなし、できる限り厳密に負債キャッシュフローと一致するようウェイトが選択されています。また、リバランシングは実施されません。以降本稿では、「複製」とはこの完全にスタティックな種類の複製を意味するものとします。

実際に複製ポートフォリオを作成する上での一般的なプロセスは、以下の通りです。

- ・ 複製ポートフォリオのための候補資産を選定する。
- ・ 負債モデル上で経済的シミュレーションを実行する。
- ・ 負債キャッシュフローと最も一致する複製ポートフォリオの候補資産のウェイトを探し当てるため、フィッティング・アルゴリズムを走らせる。
- ・ ストレス環境下の負債や複製ポートフォリオを評価することで、複製ポートフォリオの適合度をテストする

以下でこれらのプロセスを一つ一つ検討していきたいと思います。

資産の選定

理想的には、複製ポートフォリオには容易にプライシングできる資産、つまり、市場で価格が容易に観察でき、その市場特性がよく知られ、容易に伝えられる資産だけを含めたいところです。そうすれば、複雑な負債を継続的かつ容易に管理できる単純な市場ポートフォリオに簡素化できます。評価をする際にモンテカルロ・シミュレーションが必要となる資産は避けたいところです。

そうすれば、前述の原則に従うことができます。

まずはじめに、負債と同じアンダーライニング・リスク要因にさらされた資産を使用する必要があります。つまり、負債の中に株式価値に対する保証が含まれるならば、株式や株式オプションを候補資産に入れる必要があります。固定キャッシュフローがあるならば、債券等を使用する必要があります。

非常に単純に聞こえるかもしれませんが、ここで以下の点を思い出して下さい。

- ・ 複数のリスク要因や経路依存性を持つ複雑な負債を複製するためには、そのような特徴を持った資産を含める必要がある。
- ・ 使用する資産の数をより効率的にするためには、負債と似たペイオフのある資産を含めなければならない。

実務上モデル化を必要とする負債ブックの多くは、以下のような特徴を全てあるいはいくつか同時に兼ね備えています。

- ・ 複数の原資産に対する依存
- ・ 株式、金利、信用、通貨に基づいたオプション

- ・ 簿価会計
- ・ 定期的なプレミアムに対する保証
- ・ オプションのオプション
- ・ 定期的な利益のロックイン
- ・ 保険契約者が保証を早期実行するオプション
- ・ 会社側が保証水準を変更するオプション
- ・ 会社側あるいは保険契約者が保証対象の資産を変更するオプション
- ・ その他

これらは、保険負債を特徴付ける性質で、キャッシュフローを生成する ALM モデルに組み込まれています。

これらの特徴を単純な資産だけを使用して複製しようとしても、正確な回答を得られることは少なく、以下のような問題を引き起こす可能性があります。

- ・ **全体的にレベルの低い複製**
- ・ あるリスク要因にとっては正しいセンシティブティを生成するが、別の要因にとっては不条理な相違を生成する複製
- ・ ある決算期とその翌決算期でクォリティが不安定となる複製
- ・ 「容認できる程度に悪い」フィットを生成するためさえ、何週間にも亘るマニュアル操作が必要な複製

導入されたエラーの程度は、ビジネスの種類や時間の経過によって異なります。

一般に良く知られているマルチアセットや頻繁に取引されていない経路依存型資産を含めることで、複製を改善することができます。しかし、それでも問題に直面する可能性があります。十分に広範な経済リスク要因を兼ね備え、適切な経路依存性の特徴を示す資産を探し当てることは困難です。たとえ見つけることができたとしても、複雑な負債を複製するための完璧な土台を形成するためには、何千という多くのオプションが必要となる可能性があります。

一般に、さほど複雑ではない負債ブックに対してであっても、単純な資産タイプだけを使用して複製ポートフォリオを適用するのは非常に困難です。

複製用の資産生成

幸いなことに、複製手法は一般に広く知られた資産の使用に限られておらず、負債と同じ

特徴を持った独自の資産を生成することができます。これにより、複製する商品の数が少ない場合に生じる問題に対し、正確かつ的確な解決策を提供することができます。

こうしたエキゾチック資産は、同じ資産リターンに依存し、同じ保証特性があり、可能な限り同じ内部構造がなければなりません。これに従えば、遙かに少ないアセットで正確性が改善し、プロセスが遙かに単純化し、複雑な負債のあるブックの正確性が増大します。

しかし、なぜエキゾチック資産にこだわるのでしょうか？

複製ポートフォリオのフィッティングによりふさわしい資産が生成できるとすれば、原負債のブックから得られる保険契約のモデルポイントが全ての金融商品の中で最良となるはずで、負債を上手く代表する非常に小さな保険契約の集合体を選択することができます。これらは最新の負債ルールや特徴が自動的に組み込まれ、直感的なポートフォリオを形成します。

単純なエキゾチック資産やモデル・ポイントを含めることで生じる問題は、閉形式解を使って容易にプライシングできないことです。これらのプライシングには、ほぼ必ずといっていいほどモンテ・カルロ・モデルが必要となり、つまり、ネステッド・ストキャスティックに関する問題を排除できなくなります。しかし、適度に小さな金融商品を使用すると、適度な価格のハードウェア・リソースでランタイムを管理しやすくなるはずで、

実務上この二つの葛藤に直面した場合、より単純な資産を選択し、正確性の面で妥協するのが通常となっています。

アドバイザーの中には、複製ポートフォリオの実施に関し、漸増法、つまり、単純な資産から始まり、必要があればより複雑な資産に発展させていくという手法を提案する者もいます。しかし、これは「トロイの木馬」である可能性があり、モデルポイントを生成する方法としては非常に高価となる可能性があります。

シナリオのフィッティング

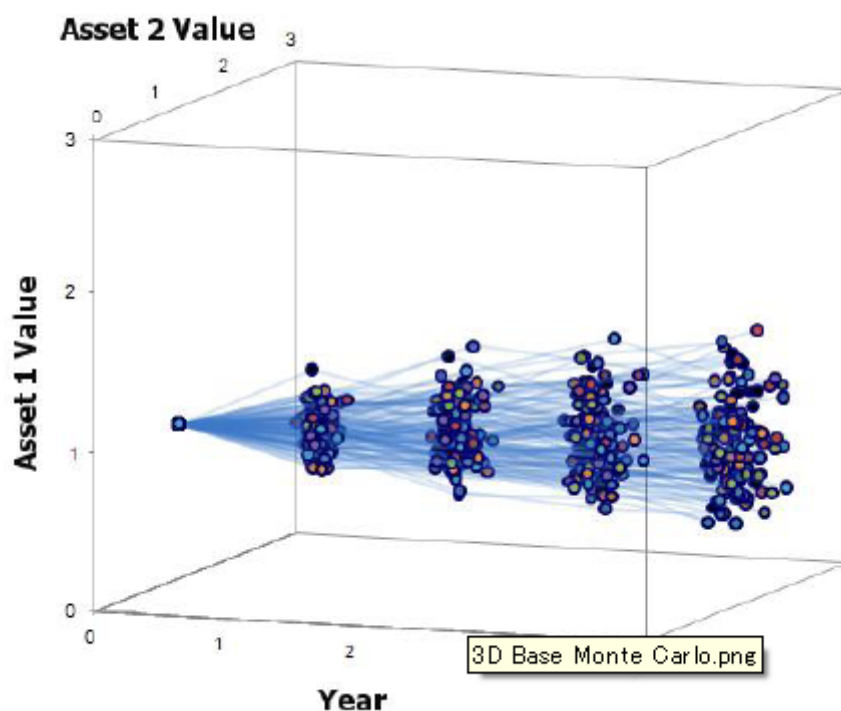
候補金融商品を選択すると、資産／負債モデルや複製ポートフォリオ上で経済シナリオを走らせます。

前回のレポートでは、フィッティングを実施する上で負債に関する情報を十分に確保するために、考えられる経済情勢を広範にカバーしたグリッドがいかにか有用かについて検討しました。私たちは、リスク要因に大幅な変化があった場合のキャッシュフローについて知

する必要があります。また、経路依存性の下、キャッシュフローの動きについても知る必要があります。つまり、ある資産の損失に関し、その損失が最後の年ではなく最初の年に起こった場合に、負債キャッシュフローに違いが生じるかどうかについて知る必要があります。

実務上、保険会社では大抵グリッドまたはツリー・ベースの手法ではなく、モンテ・カルロのフィッティング・シナリオを使用します。全ての次元、全ての関連する領域における負債形態を解明するため、負債の形態を多次元で表現して、フィッティング・シナリオの生成を検討してみましょう。

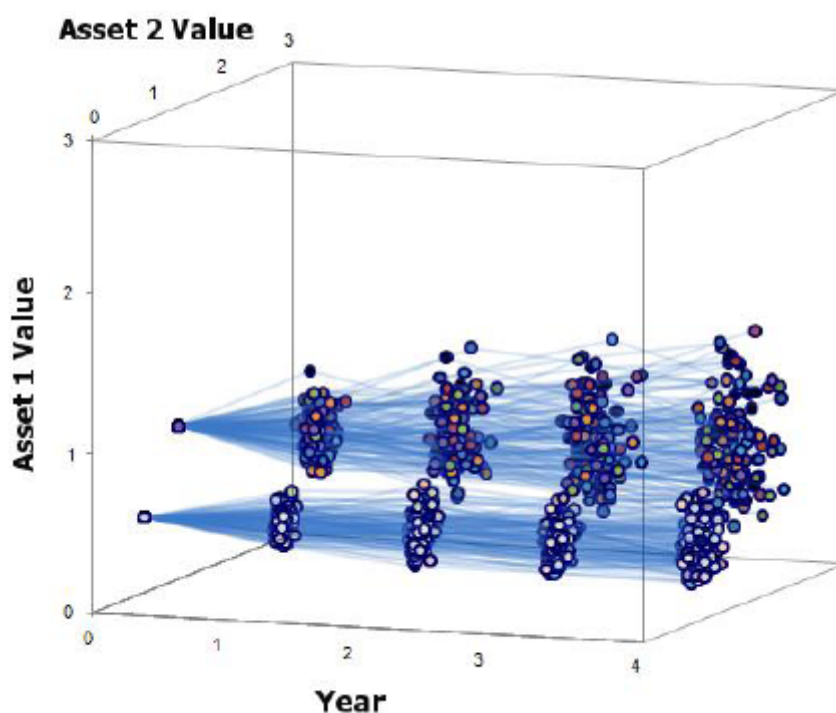
図表1：フィッティングのための市場統合的なベースシナリオ



実務上、最も基本的な方法は、ベースの負債評価を実行することで得られる市場統合的シナリオを使用することです。これは、図表1のように描くことができます（リスクの高い資産を2つ保有していると仮定します）。

ここでの問題は、多くの領域が未開拓であることです。両方の資産が（資本を計算する上で最も関心のある）損失を計上するシミュレーションがわずかしかなかったり、資産価値の瞬間的な変化の結果についても検討されていません。

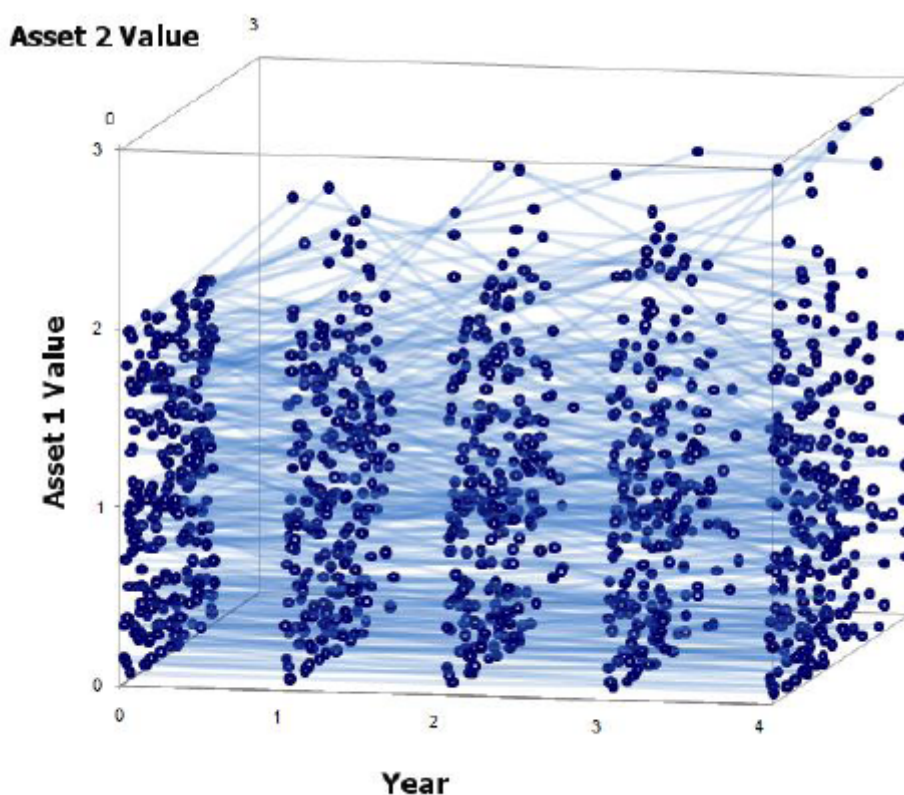
図表 2：ベースとストレス下の市場整合的シナリオセット



こうした落とし穴を修正しようとする試みの中で使用されてきた手法の1つが、複数のシナリオセットを使うこと、例えばベースシナリオセットに加えストレス下のシナリオセットを使用するという方法です。

この手法では、資本を左右するとみられる領域において、より多くのシナリオの結果が獲得出来ます。しかし、それでもまだ別の領域が未開拓のままです。時間軸 0 の別の資産ストレスの影響についての情報はなく、また、キャッシュフロー上のいずれの資産が大幅に増加した場合の影響に関する情報もほとんど、あるいは全くありません。2つ以上の次元においても、最初のポイントを選択し、広範な空間をカバーするのは困難となるでしょう。

図表 3：散乱フィッティング・シナリオ



こうした問題には、フィッティング・シナリオを選択するための散乱手法である、モンテ・カルロと同様のグリッドで解決できます。

この手法では、あらかじめ特定された、多次元のフィッティング・スペースに対し、全てのリスク要因をカバーさせることができます。

ウェイトの分析

複製ポートフォリオの資産と負債キャッシュフローが確保できたら、次に負債に最もフィットする複製ポートフォリオの金融商品のウェイトを分析する必要があります。最も簡単な方法は、OLS 回帰です。複製ポートフォリオのキャッシュフローと負債の SSD（差分平方和）を最小にする資産係数を分析します。

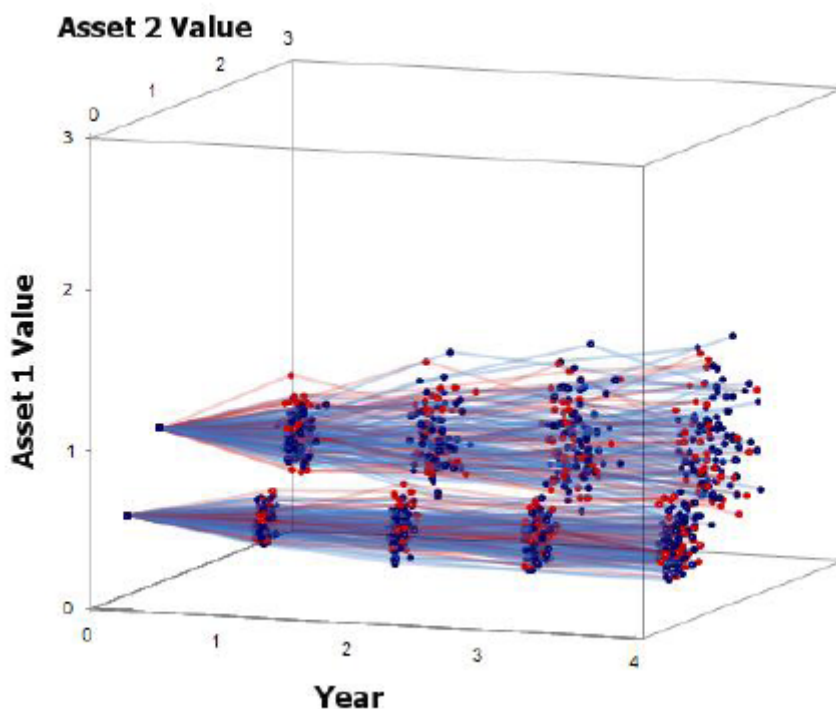
これにもまた、以下のような問題が存在します。

- ・ 複製ポートフォリオに何千もの資産を入れがちで、これにより回帰分析が困難化する。
- ・ 複製ポートフォリオに多くの似かよった候補資産を入れがちで、これにより、回帰における共直線性に関連した数学的問題が引き起こされる。

- 負債にフィットすることができない資産がある場合、良好なキャッシュフローのフィットは複製ポートフォリオの価値と負債の価値が一致していることを示唆しない。このようにうまく収束しないモデルは管理、予測、自動化が困難。単純な、市場で取引されている資産を使用した場合、ほぼ必ずこのケースに相当する。
- (大きな二乗誤差のある) 過激なシナリオが少数存在するだけで、フィットに大きな影響が及び、重要な領域において上手くフィットしなくなる可能性がある。これは、上記の場合にさらに悪化する。
- 候補資産の数に対し、シナリオの数が少ないと、オーバーフィットしてしまう可能性が高い。そうすると、キャッシュフローは上手くフィットしても、予測能力が非常にお粗末な複製ポートフォリオとなる。

このような問題の大半は、以下図表4で示すようなより洗練されたフィッティング・アルゴリズムで解決できます。

図表4：フィッティング・シナリオ（青）とバリデーション・シナリオ（赤）



(オーバーフィッティングを回避するための) 一つの例として、シナリオを (インサンプルの) フィッティング・シナリオと (アウトオブサンプルの) バリデーション・シナリオに分ける方法があります。

この場合、複製ポートフォリオの資産ウェイトを選択するため半分のシナリオを使用し、残りの半分は、資産のパフォーマンスがアウトオブサンプルにおいて良いパフォーマンスを示すかどうかテストするために使用します。そうすることで、シナリオの中のランダム・ノイズを説明することだけに意味のある資産を含めることを回避することができます。フィッティングの実施に関し、あまり科学的でない経験則も一般的に使用されています。例えば、フィッティング・シナリオを生成し、ウェイトを決定するに当たり、最適化技術や客観的尺度を選択するという方法です。

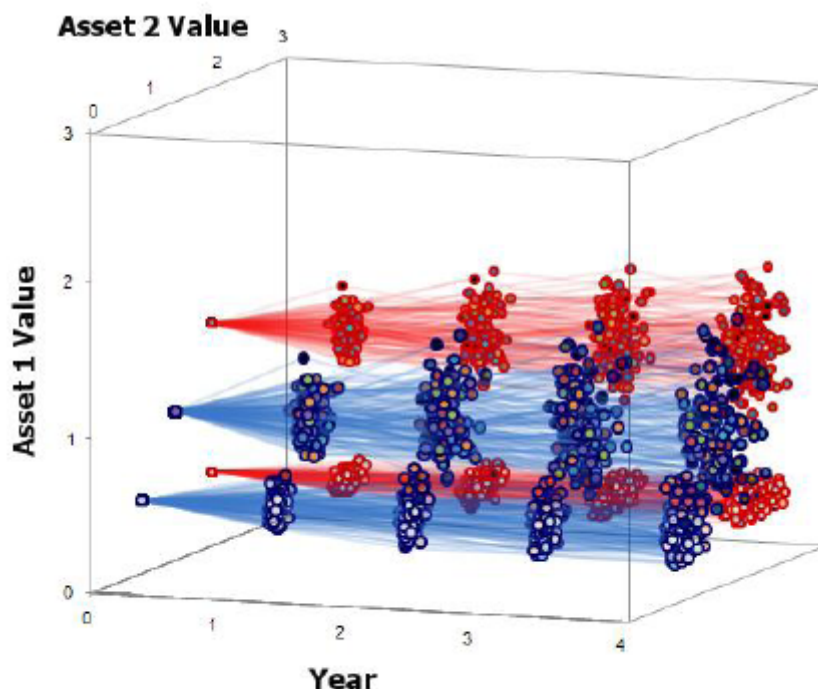
最終目的は、アウトオブサンプルの R^2 のようなキャッシュフローの統計的な合致の程度を最大化することです。この方法は、フィッティングには有用ですが、資本計算上、複製ポートフォリオがどのくらい正確になる可能性が高いかを測る上では、あまり良い指針とはなりません。このため、複製ポートフォリオの評価をある程度実施する必要があります。

正確性の計測

私たちが関心があるのは、ストレス下の複製ポートフォリオの価値がストレス下の負債の価値とどれくらい厳密に一致するかについてです。これをテストするため、同じモンテカルロ・シナリオセットを使用し、両方の評価を実施した上で、結果を比較することもあるでしょう。その場合、これらの値は厳密に一致していなければなりません。

市場整合的シナリオセットがフィッティングに使用される場合、評価にも同じシナリオセットを使用するのが一般的です。しかしそうすると、フィッティングとテストで使用した当初のストレスが同じであるため、インサンプル上の別の問題が生じます。

図表 5 ストレス下の評価のためのアウトオブサンプルのシナリオ (赤) と市場整合的フィッティング・シナリオ (青)



テストを完全なものにするためには、フィッティングの値とは異なる当初の値をテスト向けに選択し、完全なアウトオブサンプルのテストを実施しなければなりません。

こうして得られる評価の差は、あらかじめ定義された正確性の許容誤差を超えないようにしなければなりません。この目標値を達成できない場合、大抵行き詰まってしまいます。決算報告サイクルには余裕がないため、通常は新たなエキゾチック・アセットを定義する時間が十分にありません。

不運なジュニア・アクチュアリーは、午前中の数時間、手直しに手間取ることになります。複製ポートフォリオとテスト評価の一致状況を改善させるため、フィッティング・シナリオ、シナリオウェイト、最適化手法、目的関数等の試行錯誤が行われます。これは、めったに承認されることのないインサンプルのフィッティング形式です。あらかじめ選択されたテストをいくつか通過するまで、複製ポートフォリオは最適化を通じてマニュアルで変更されます。その結果得られるフィットは、十分テストされていない別の領域において妥協したものとなります。

これは一般的に複製の技術と呼ばれていますが、これらマニュアルのプロセスは、金融商

品の選択とフィッティング・シナリオの選択に関連した複製プロセスの根底にある問題を覆い隠してしまいます。また、こうした問題により、現代の財務報告で要求されている水準までプロセスを自動化させることが困難になっています。

より根本的な問題

経済リスクのフィッティングの課題とは別に、複製ポートフォリオは、保険業務におけるより根本的な問題にも直面しています。

市場および非市場リスクへの同時依存が、負債ブックの大半にみられる際立った特徴です。単純な例としては年金保険が挙げられます。年金保険には、金利および Longevity リスクがあります。金利が低下すれば、負債よりも保有期間の短い資産を通じ損失が生じる可能性があります。また、人々が長生きすれば、予想以上に長期間年金支払いの必要性が生じるため、損失が生じます。しかし、この二つに変化が同時に起こった場合には、それぞれの損失を合計した以上に大きな損失が生じる可能性があります。なぜならば、平均寿命が延長すると、負債の期間も延長し、ひいては金利のセンシティブリティが変化するためです。

金利のセンシティブリティは固定金利の資産から作成した複製ポートフォリオで、非常に簡単に複製することができます。しかし、Longevity のセンシティブリティあるいは同時依存性は、市場で取引される商品またはエキゾチックな金融商品を使った場合であっても把握することができません。

こうした種類のリスクは、死亡率／寿命の想定、解約率、会社側の行動、保険契約者の決定等の形態で、ほぼ全ての保険実務の問題に深く根付いています。これらはソルベンシー II の標準公式でも、強調すべき不可欠なリスク要素として明確に認識されており、金融リスクと共に大きな相乗効果をもたらす可能性があります。

これらの非市場性リスクを含める場合、市場で取引される資産で作成した複製ポートフォリオから得ることができる魅力的な特徴を諦め、負債モデルポイントが減少したネステッド・ストキャスティック・モデルを資本計算のために受け入れる必要があります。

より広範な利用

複製ポートフォリオは、資本計算だけに留まらず幅広い分野での利用が提案されています。あいにくこうした利用に関しても、上述の問題と似通った問題だけでなく、新たな問題も存在します。

ヘッジに複製ポートフォリオを利用する場合、キャッシュフローのフィットの差が、ポー

トフォリオと負債の価値の差を増大させてしまうことがよくあります。これは長期のステティックなヘッジの分析に対し、悪い結果をもたらす可能性があります。すると、これらの不正確性がダイナミックヘッジのための各種リスク指標（Greeks）の計算においても拡大され、不安定でコストの高いプログラムとなってしまいます。

複製ポートフォリオは、資産配分の決定にも利用するよう提案されてきました。しかし、複製ポートフォリオは保険ポートフォリオ内で資産と負債の相互作用を考慮していません。例えば、利益配当付き保険のブック上の資産を変更する場合、負債の価値とリスクも変化します。つまり、複製ポートフォリオに存在しないフィードバック・ループが存在します。（同様に、例えば、株式と債券、株式オプションとスワプシヨンの入れ替えで複製ポートフォリオの資産を変更しても、負債モデルで同様の変更があった場合と同じ効果は得られません）。

複製ポートフォリオの作成者とユーザーの部門、専門性、所在地、優先度に違いがある場合には、このような利用は特に危険です。複製ポートフォリオが規制上の資本計算で採用されているという事実によって、正確性が高く、幅広く適用できるというような誤った自信を与えてしまう可能性があります。

多くの実務上の問題

これまで、複製ポートフォリオが負債と理論上では一致することができることをみてきました。また、複製ポートフォリオが負債と正確に一致することができれば、いかに有用かについても検討してきました。

その一方で、複製ポートフォリオの実務上の利用が、残念ながら多くの問題をもたらす可能性があることについても触れてきました。以下がその問題の例です。

- ・ 金融負債の価値に正確に収束できない。
- ・ 非市場性のリスクを考慮できない。
- ・ フィッティングと検証シナリオが数多く必要である。
- ・ オーバー・フィッティングの傾向があり、ユーザー操作が必要となる。
- ・ プロセスは時間と共に不安定になる上、確実に自動化することが困難である。
- ・ モンテカルロ・モデルを利用することなくして簡単にプライシングできないエキゾチックな商品またはモデルポイント型の商品が必要である。

上記の理由から、多くの人々は引き続き、正確でタイムリーで首尾一貫し、自動化された

資本計算／報告には複製ポートフォリオは不適切であるとみなしています。

(了)

著作権表示©2011年 Moody's Analytics, Inc. ならびに（あるいは）ムーディーズのライセンサーおよび関連会社（以下総称して「ムーディーズ」という）

本書に記載する情報はすべて、著作権法により保護されており、いかなる人物も、いかなる形式、方法、手段によっても、これらの情報（全部、一部を問わず）を、ムーディーズの事前の書面による同意なく、複写、もしくはその他の方法により再生、複製、送付、譲渡、頒布、配布、転売、またはこれらの目的で使用するために保管することはできません。本書に記載する情報はすべて、ムーディーズが正確かつ信頼しうると考える情報源から入手したものです。しかし、人間および機械による誤り、ならびにその他の要因があり得るため、ムーディーズはこれらの情報をいかなる種類の保証もつけることなく「現状有姿」で提供しており、とりわけ、これらの情報の正確性、速報性、完全性、商品性、および特定の目的への適合性についてはいかなる表示または保証（明示的、黙示的を問わず）も行いません。ムーディーズはいかなる状況においても、またいかなる人物または法人に対しても、以下の (a) (b) について一切責任を負いません。(a) これらの情報の入手、収集、編纂、分析、解釈、伝達、公表、配布に関わる誤り（不注意によるか、その他によるかを問わず）またはその他の状況や偶発事象により（全部、一部を問わず）引き起こされ、発生し、もしくはそれらに関する損失または損害（このような損失や損害がムーディーズ、あるいはその取締役、役職員、従業員あるいは代理人の支配力が及ばない事態に起因するかどうかを問わない）。(b) これらの情報の使用または使用の不可能により発生する、あらゆる種類の直接的、間接的、特別、二次的、要補償、または付随的損害（このような損害には逸失利益を含む。またこのような損害の可能性についてムーディーズが事前に通告を受けたかどうかを問わない）。本書に記載される信用格付け、財務報告分析、予想、およびその他の観測（含まれる場合）は、ムーディーズの意見の表明であり、またそのようにのみ解釈されるべきであり、これを事実の表明、もしくは証券の購入、売却または保有の推奨とみなしてはなりません。ムーディーズは、いかなる形式、または方法によっても、これらの格付けもしくはその他の意見または情報の正確性、速報性、完全性、商品性および特定の目的への適合性について、いかなる保証（明示的、黙示的を問わず）も行っていません。本書に記載する情報の利用者またはその代理人は、投資決定において、それぞれの格付けまたはその他の意見を、一つの要因としてのみ取り扱うべきです。従って、各利用者は購入、保有または売却を検討する各証券、ならびに各証券の発行者、保証人、および信用補完提供者について、自ら研究・評価しなければなりません。