

## ソルベンシー資本要件の計算

ムーディーズ・アナリティクス / Barrie & Hibbert 部門

Adam Kousaris

[Adam.Kousaris@barrhibb.com](mailto:Adam.Kousaris@barrhibb.com)

ソルベンシーおよび規制目的の資本の計算方法は複数存在します。ソルベンシー資本要件 (SCR) の計算に使用される一般的な手法とそうでない手法は以下のように 5 つあります。

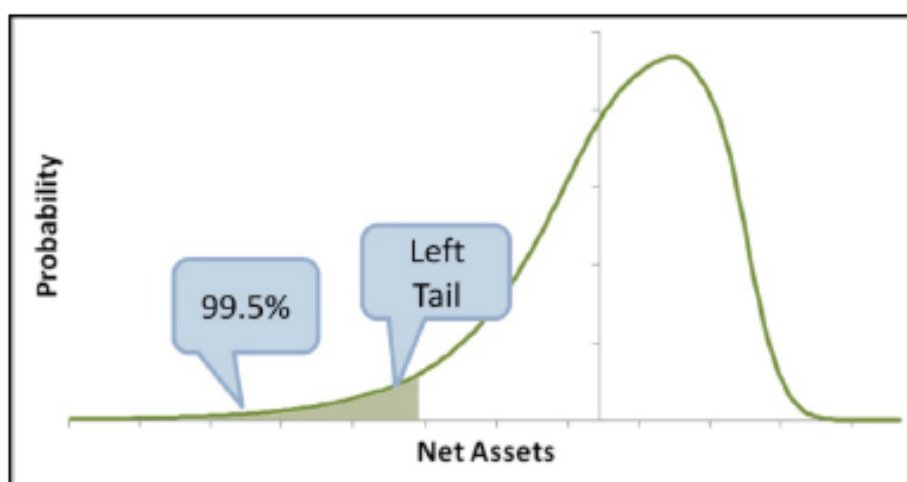
- ・ 共分散マトリクス法
- ・ カーブ・フィッティング法
- ・ 最小二乗モンテカルロ法
- ・ 複製ポートフォリオ法
- ・ ネステッド・ストキャスティクス法

本稿では主に市場リスクに対するソルベンシー資本要件を取り扱いますが、上記手法の多くは他のリスクに対する資本計算にも同様に適用が可能です。

本稿で行う考察では、ソルベンシー II が規定する資本の定義に基づき、1 年ホライズンにおける純資産の 99.5% のバリュエーション・アット・リスクを使用します。これとは別の手法を利用する場合には、スムーズな理解を促すためにも、それが 1 年間のバリュエーション・アット・リスクと同じくらい厳格な手法であることを確認する必要があります。ソルベンシー II においては基本公式であるとは言え、困難な作業であるためです。

1 年後に純資産の分布がどうなるか、その可能性を全て知ることができれば理想的です。しかし、これはネステッド・ストキャスティックな問題であるため非常に困難で、理論的には、正確な結果を得るためには、完全なネステッド・シミュレーションが必要となります (1 年間の経済条件変化に関するリアルワールド前提のシミュレーションを何千も生成した上、負債や純資産の価値を計算するため、それら一つ一つに対し何千もの市場整合的なシミュレーションを実行させることとなります)。現在の負債の価値を把握するために、市場整合的な評価を 1 つ実行するだけでも、業界で使用されている様々な資産負債モデル上で実行するには何時間あるいは何日も要する可能性があります。

完全な分布を計算するためには、異なるリアルワールド前提のパスの下、何度も評価モデルを実行する必要があり、当然、膨大な時間を要する作業となります。計算に要する時間を節約するために、資本が計算される部分である分布の左側のテールの形を知るだけで済々満足してしまうかもしれません。しかし、完全な分布を得ることができれば、それをヘッジやリスクおよび資本の管理、そして株主や取締役とのコミュニケーション等に役立てられるなどのメリットがあります。



しかし、この問題は複雑さゆえに一定の概算をする必要があり、それにはいくつかの選択肢があります。

### 共分散マトリクス

共分散マトリクスは、現在英国の個別資本評価（ICA）計算に利用されている最も一般的な手法です。

完全な損失分布を計算する代わりに、各リスク要因の 99.5%地点の瞬間的なショックを想定することができます。それから各ショックに対し、市場整合的なストキャスティックなモデルを実行し、企業の損失がどうなるか計算します。ここで、二つの非常に大きな想定をします。

1. 経済リスクは多変量正規分布に従うものと想定（実際のところは楕円分布であるが、一般的には正規分布が使用されている）。
2. 損失はリスクの線形関数であると想定。

こうした想定を行うと、計算は非常に簡単になります。相関をいくつか考え、それらを共分散マトリクスに当てはめることができます。この単純な「根二乗和」の公式を使うと、必要な総資本が算出されます。

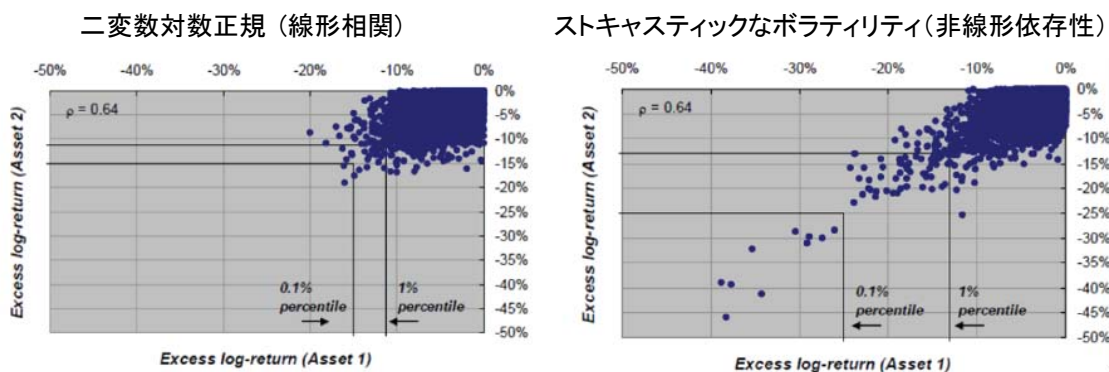
$$SCR_{market} = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} \times SCR_i \times SCR_j}$$

従って、5つか10のストレステストだけが必要となり、それらをこの公式に当てはめれば、計算結果が得られます。ネステッド・ストキャスティクス法を使用した場合よりも少ない計算で済みます。但し、この種の計算にはいくつか大きな問題がはらんでおり、その問題は私たちが設定する前提条件が原因になっています。

共分散マトリクス法は「線形性」を想定しているとよく言われます。この用語は、しばしば混乱を招く使われ方をします。実際、2つの種類の線形性が想定されており、1つは、(多変量正規分布のケースのように) 経済リスク間の依存性は、線形ピアソン相関係数に集約できるという意味の線形性、もう1つは、保険ポートフォリオの損失はリスク要因の線形関数であるという意味の線形性になります。

これら2つの非線形性は資本計算にとって極めて重要であるため、どんな近似値を分析する際にも両者を区別することが肝要です。

経済リスクに注目してみると、線形性は大きな問題の一部をなしています。私たちはしばしば、多変量正規分布よりも複雑な想定の使用を好みます。下記の図表は、二つの資産に関してこのことを表現したものです。



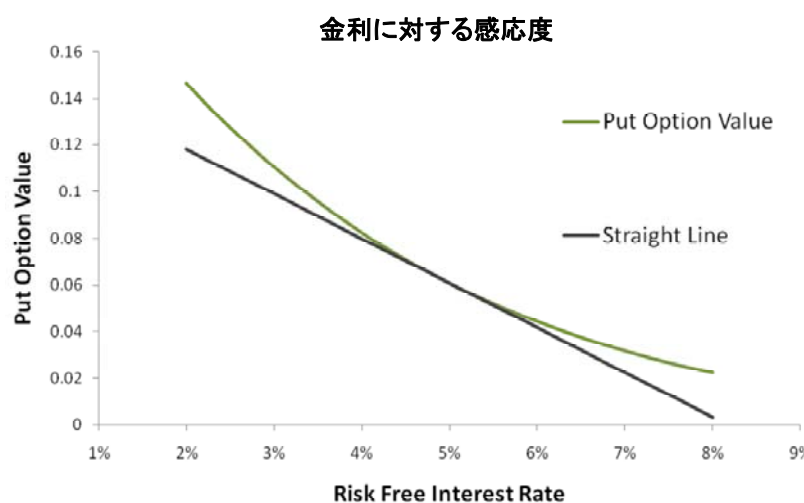
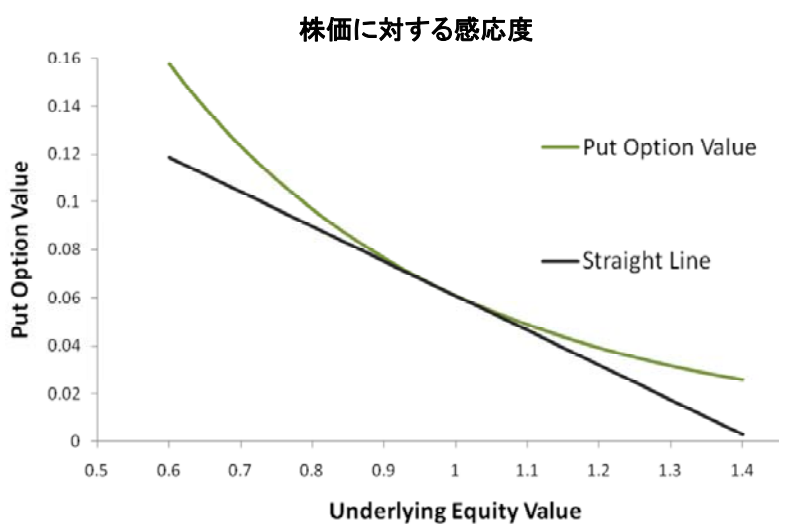
左の図表では、リターンは結合正規分布に起因すると想定します。右側の図表は、2つの資産が共通のリスク要因に反応し、ボラティリティの高い時期、低い時期を経験し、リター

ンが大幅上昇すると想定したモデルから生成されています。双方とも標準偏差と相関は同じです。

資本を計算する際には、左下隅の観察結果に関心が向きます。つまり「ファット・テール」と「テール依存性」が非常に重要となります。

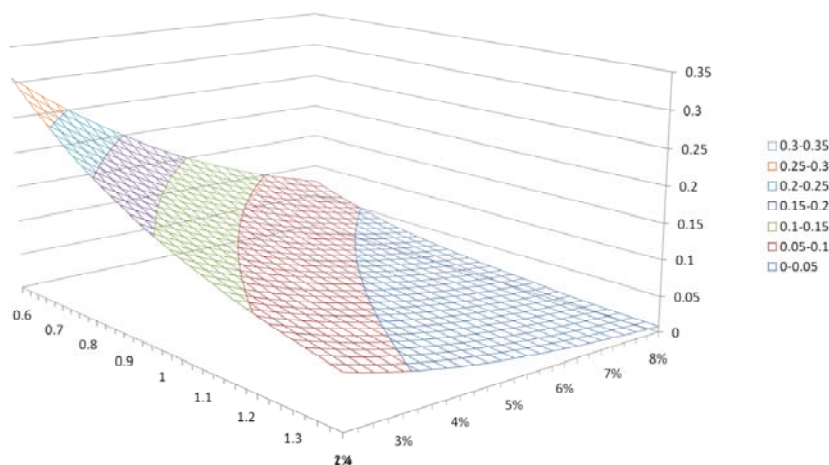
右側の図表が、市場の動向に対する私たちの見解を表す場合、左側の図表を右側の図表に近づけるため、共分散マトリクスの想定を調整することもできます。この時、ドットをもっと左隅にまで分布させるよう、標準偏差と相関の両方を引き上げることが考えられます。但し、これで円満解決となるわけではなく、正確な回答を得られることは稀です。

以下の例は、バニラ・プット・オプションの価値が、原資産株価やリスクフリー金利の変化に対し、どのような反応を示すかを表したものです。



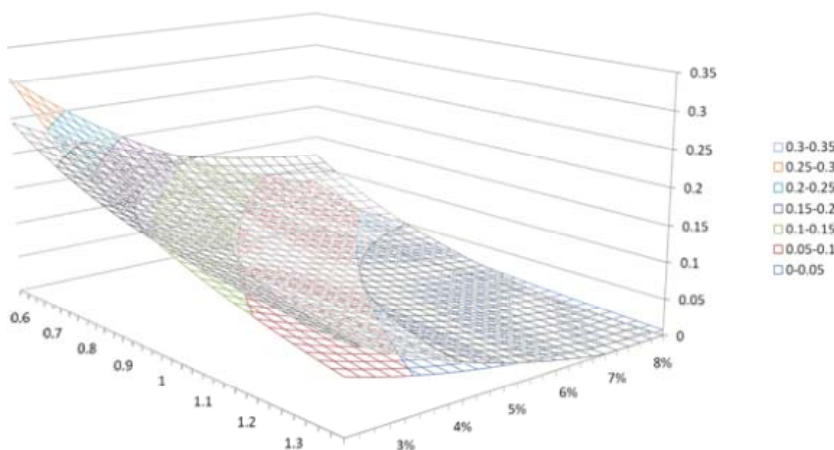
プット・オプションの負債の価値は、株価と金利のいずれの変化においても、線形モデルが示すよりも大きく上昇しています。負債にも「結合」非線形性があります。以下の図表は、双方の変数が変化した場合のプット・オプションの価値の結合動向を表しています。

プットオプションの価値



株価と金利の非線形性を個々に計算し、双方の変数が変化した場合の価値の変化は、二つの個々の変化の合計であると想定した場合でも、この関数の結合動向に対し悪いフィットとなることが分かります。

プットオプションの価値

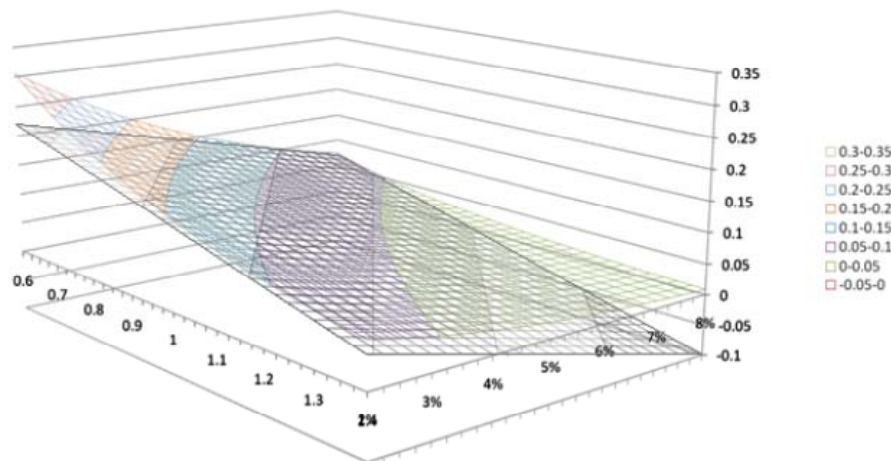


「線形結合」による近似値は、1つのリスクの変化に対しては正確ですが、株価と金利が同時に低下した場合のプット・オプションの価値を過小評価してしまいます。

共分散マトリクスに話を戻すと、負債は（個々の変数における損失が 99.5 パーセントイル

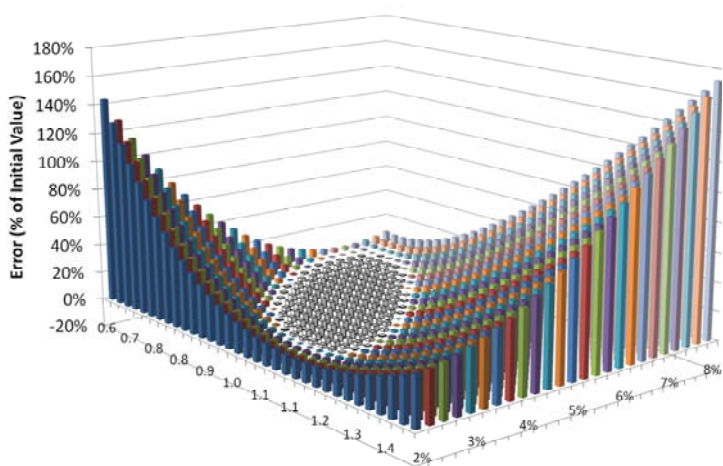
地点となるよう選択した) ある特定の点で負債関数と交差する平板のような行動をとると  
 いうのが、暗黙の想定となっています。これは以下の図表に表れています。想定した負債  
 の価値は、個別ベースでも結合ベースでも線形になります。

### プットオプションの価値



これは、本質的に（止まった時計のように）ある場所ではしか正確でなく、以下に示す  
 ように負債が非線形である場合には、価値を過小評価する傾向があります。

### 線形近似値のエラー



ここで、近似値のエラーが当初のプ  
 ット・オプションの負債よりも大き  
 くなる可能性があることが分かり  
 ます。この手法では、中央の円の中  
 では正確になりますが、この部分  
 は、(偶然の一致でもない限り) 関  
 数が正確であってほしい部分に合  
 致することはありません。この重要  
 な部分は、変数間の相関によって決  
 定します。

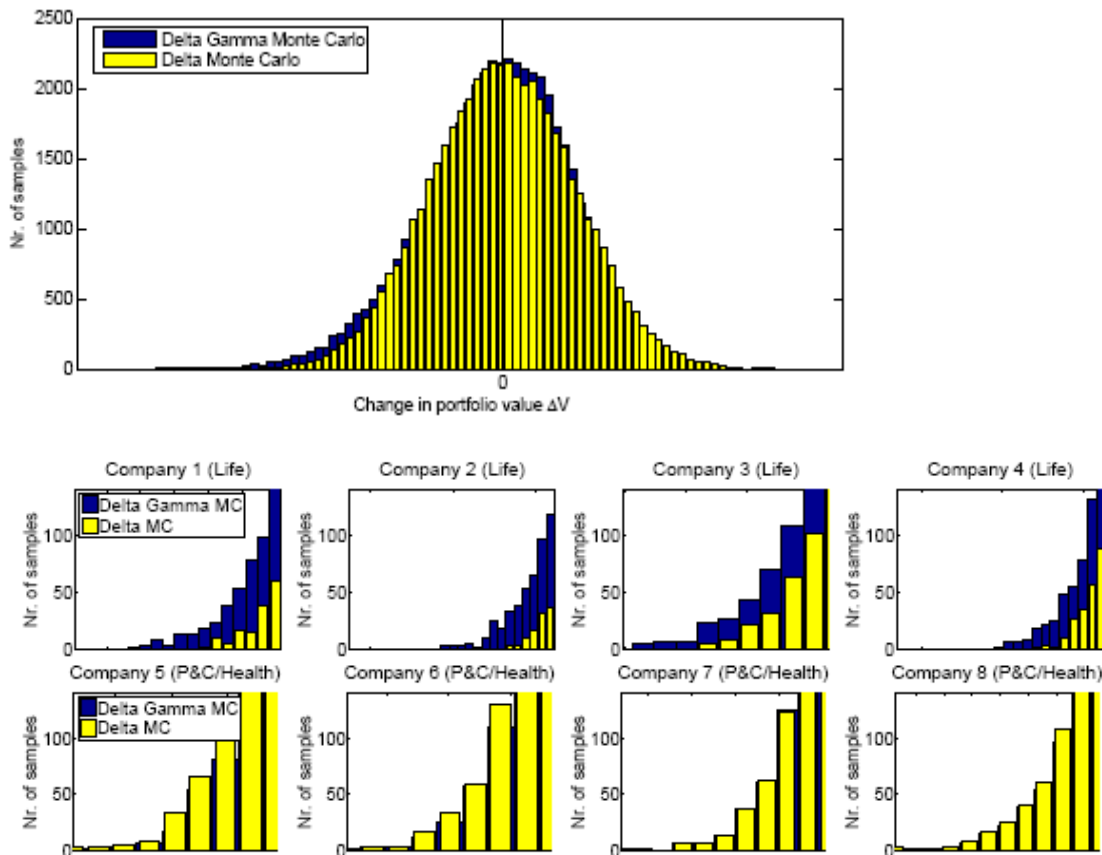
モンテカルロ・シミュレーションを使って共分散マトリクス計算を複製することは可能で  
 す。その手順は以下のようになります。

- ・ 結合正規分布と一致した相関シミュレーションを複数生成する。
- ・ 各シミュレーション毎、線形モデルが 99.5%のストレスにフィットしたとの想定の下、  
 バランスシートの変化を計算する。
- ・ その 99.5 パーセンタイル (あるいは他のリスク手法) を見つける。

この手順に従えば、共分散マトリクス手法を使用して計算した時と同じ総資本が算出されるはずですが。

しかし、モンテカルロ・シミュレーションを使用した場合、負債が線形であるとの単純化した想定を使用するでしょうか。何においてもストレートラインがよい近似値を生み出すことは稀であるという事実を踏まえ、むしろより複雑な関数をフィットさせることでしょうか。

この不正確性はよく知られています。スイスのソルベンシー・テスト (SST) では、ソルベンシー II の標準公式と似た共分散マトリクス法を使用していますが、『When the SST Standard Model Underestimates Market Risk – SST 標準モデルが市場リスクを過小評価する時 – Ciuseppe G. Cardi/Roland Rusnak 共著』の中でこれについて分析されています。同書は、同手法が生命保険会社の資本要件を著しく過小評価していると指摘しています (一般保険会社に関しては妥当と評価しています)。



このことは極めて懸念すべき事項です。オリバー・ワイマン社が実施した内部モデル・ベンチマーク研究によると、現在、CFOフォーラムの参加企業の60%が、資本の合算に共分散マトリクス法を使用しています。ソルベンシーⅡの導入に伴い、監督機関の目はこれまで以上に厳格になるとみられ、これにより、保険会社が経済条件の想定と負債ブックの非線形性のファットテールやテール依存性をどのように処理したかが注目されるのは必至でしょう。

要するに、共分散マトリクス法はソルベンシーⅡ標準公式の基盤となっているとは言え、高い不正確性につながる紛れもない大きな欠陥を伴っています。これは、資本計算に必要な、資産負債モデルシステム上で実施される非常に詳細な計算を台無しにしてしまいます。しかし何よりも重要なのは、欠陥のある資本規定が企業の誤った意思決定につながる可能性があり、特にこの規制制度自体が、投資やリスクマネジメント、ヘッジに対する賢明な決断を妨げかねない、という点です。

一方、企業や規制当局は、負債の非線形性を調整すべく「ビッグバン」あるいは「ミディアムバン」手法を利用し、結合正規モデルの欠陥を補てんすべく過剰に保守的な経済的ストレスや相関を使用しています。こうした「処置」は概してそれぞれ正確性に欠け、個々が一緒になった場合にうまく機能しません。これがいかに不正確か、また、この不正確性がある報告期間から次の報告期間までにどのように変化するかを予測する術はありません。

これまで以上に洗練されたモデルが求められています。共分散マトリクス法の一步先を行う手法は、カーブ・フィッティング法です。

カーブ・フィッティング法については次回のレポートでご説明します。

(了)



著作権表示©2011年 Moody's Analytics, Inc. ならびに（あるいは）ムーディーズのライセンサーおよび関連会社（以下総称して「ムーディーズ」という）

本書に記載する情報はすべて、著作権法により保護されており、いかなる人物も、いかなる形式、方法、手段によっても、これらの情報（全部、一部を問わず）を、ムーディーズの事前の書面による同意なく、複写、もしくはその他の方法により再生、複製、送付、譲渡、頒布、配布、転売、またはこれらの目的で使用するために保管することはできません。本書に記載する情報はすべて、ムーディーズが正確かつ信頼しうると考える情報源から入手したものです。しかし、人間および機械による誤り、ならびにその他の要因があり得るため、ムーディーズはこれらの情報をいかなる種類の保証もつけることなく「現状有姿」で提供しており、とりわけ、これらの情報の正確性、速報性、完全性、商品性、および特定の目的への適合性についてはいかなる表示または保証（明示的、黙示的を問わず）も行いません。ムーディーズはいかなる状況においても、またいかなる人物または法人に対しても、以下の (a) (b) について一切責任を負いません。(a) これらの情報の入手、収集、編纂、分析、解釈、伝達、公表、配布に関わる誤り（不注意によるか、その他によるかを問わず）またはその他の状況や偶発事象により（全部、一部を問わず）引き起こされ、発生し、もしくはそれらに関する損失または損害（このような損失や損害がムーディーズ、あるいはその取締役、役職員、従業員あるいは代理人の支配力が及ばない事態に起因するかどうかを問わない）。(b) これらの情報の使用または使用の不可能により発生する、あらゆる種類の直接的、間接的、特別、二次的、要補償、または付随的損害（このような損害には逸失利益を含む。またこのような損害の可能性についてムーディーズが事前に通告を受けたかどうかを問わない）。本書に記載される信用格付け、財務報告分析、予想、およびその他の観測（含まれる場合は、ムーディーズの意見の表明であり、またそのようにのみ解釈されるべきであり、これを事実の表明、もしくは証券の購入、売却または保有の推奨とみなしてはなりません。ムーディーズは、いかなる形式、または方法によっても、これらの格付けもしくはその他の意見または情報の正確性、速報性、完全性、商品性および特定の目的への適合性について、いかなる保証（明示的、黙示的を問わず）も行っていない。本書に記載する情報の利用者またはその代理人は、投資決定において、それぞれの格付けまたはその他の意見を、一つの要因としてのみ取り扱うべきです。従って、各利用者は購入、保有または売却を検討する各証券、ならびに各証券の発行者、保証人、および信用補完提供者について、自ら研究・評価しなければなりません。